

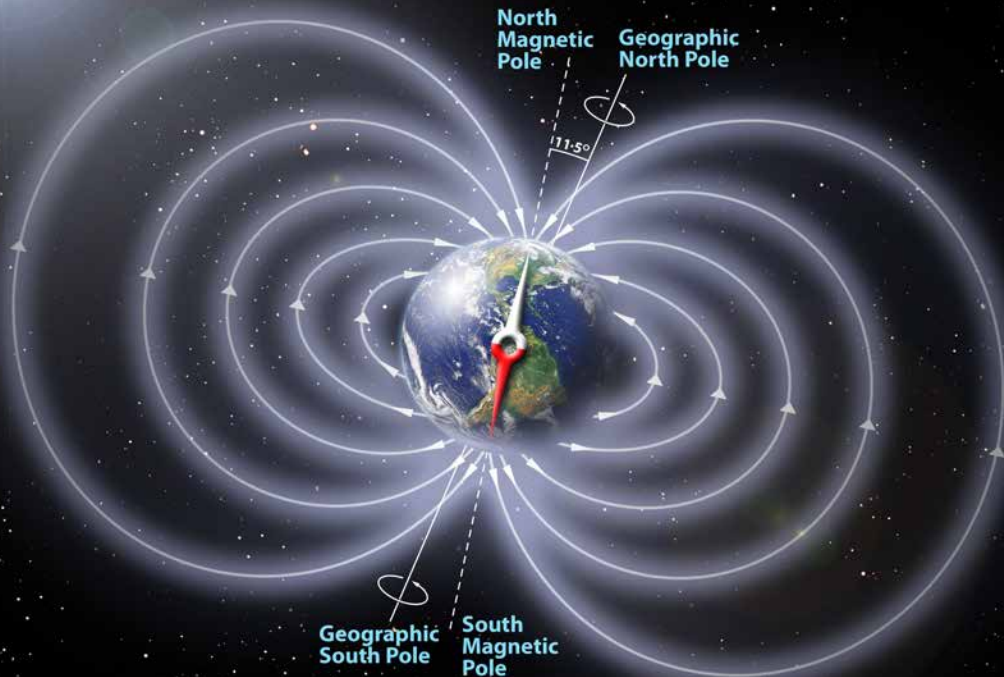
Fluctuaciones de baja frecuencia en turbulencia MHD

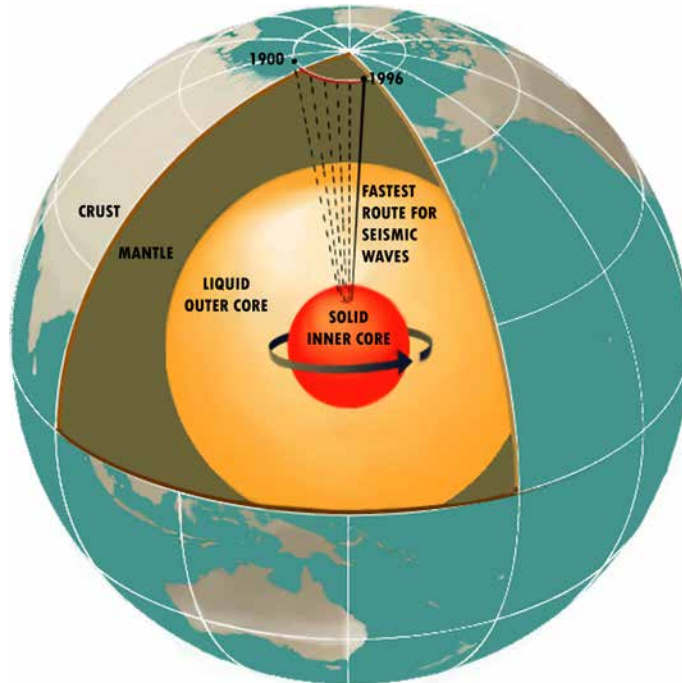
y reversiones geomagnéticas

Pablo Dmitruk

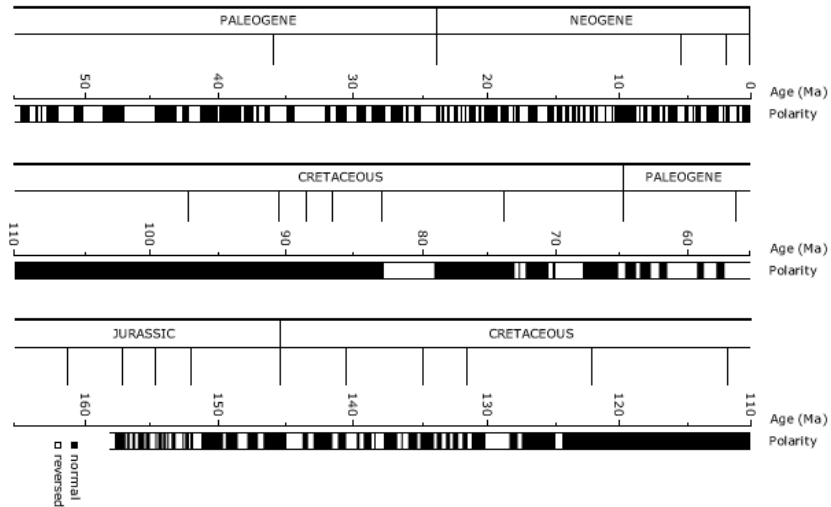


The Earth's Magnetic Field





La región interna que rodea al núcleo rocoso es un magnetofluido: metal líquido.



Las reversiones se miden con datos geológicos. El tiempo entre reversiones es en promedio 450,000 años, con tiempos entre reversiones que van desde 0.1 a 1 millón de años. La reversión ocurre entre 1,000 y 10,000 años.

Utilizamos las ecuaciones **M**agneto**H**idro**D**inámicas (MHD 3D) para describir un magnetofluído,

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(x, y, z, t) = \text{velocidad del magnetofluído}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}(x, y, z, t) = \text{campo magnético}$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mathbf{J} \times \mathbf{B} + \rho \nu \nabla^2 \mathbf{u}$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B}$$

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{B} = \text{densidad de corriente}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad , \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

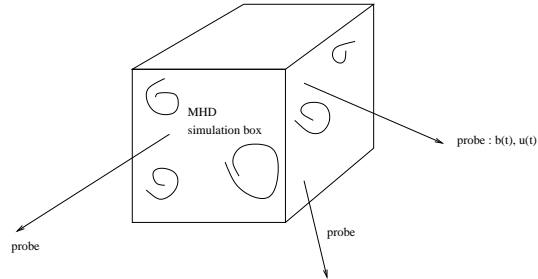
Podemos incluir un campo uniforme, $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{b}$.

Las ecuaciones MHD resultan de la ecuación de momento (fluidos con fuerza de Lorentz) y las ecuaciones del EM (Maxwell).

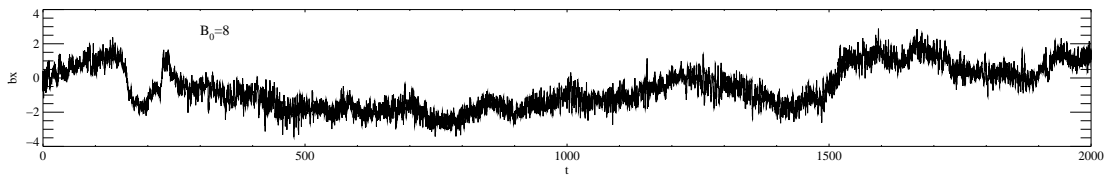
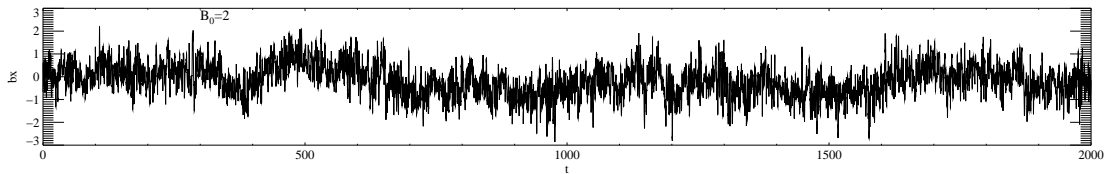
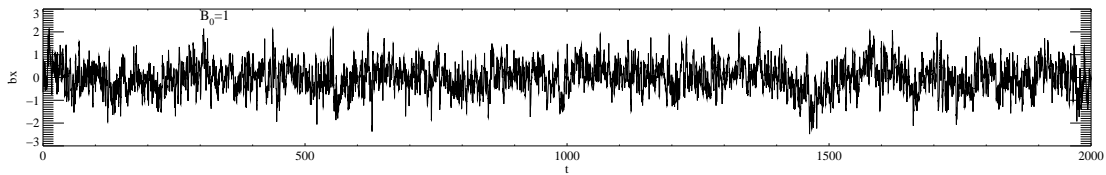
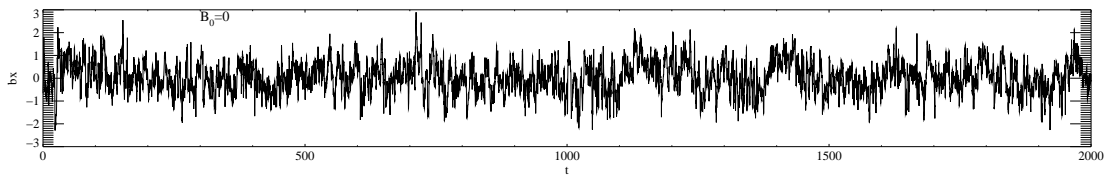
Pueden ser obtenidas de las ecuaciones de momento para dos fluidos (electrones y iones), en un plasma completamente ionizado, y asumiendo masa electrónica nula.

Resolvemos numericamente (DNS) las ecuaciones MHD con el método pseudo-espectral, evolucionando los modos Fourier $\mathbf{b}_{\mathbf{k}}(t)$, $\mathbf{u}_{\mathbf{k}}(t)$.

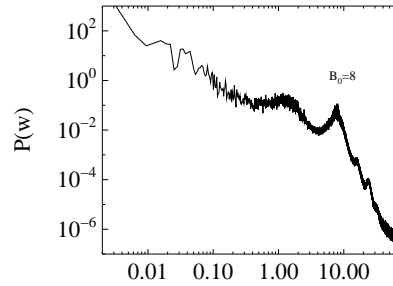
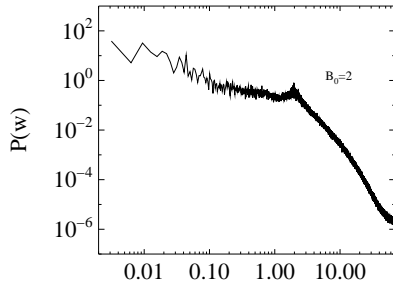
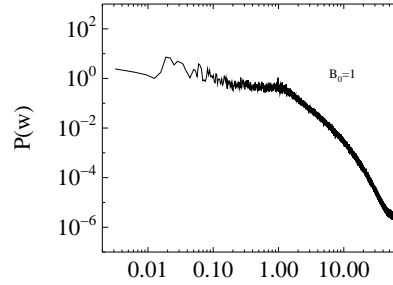
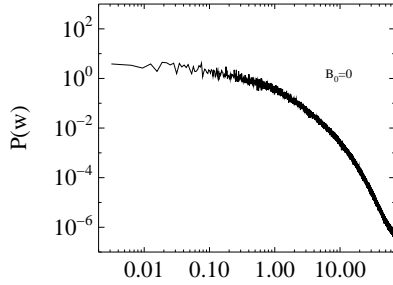
Consideramos **puntos de prueba** en una caja, donde medimos el campo magnético y la velocidad $\mathbf{b}(x, y, z, t)$, $\mathbf{u}(x, y, z, t)$ en función del tiempo.



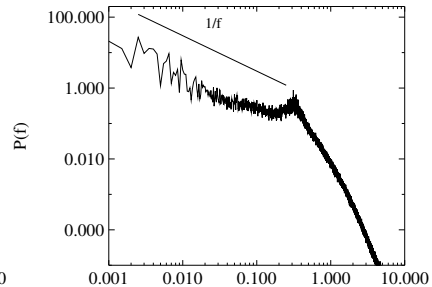
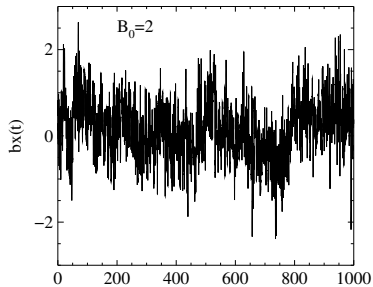
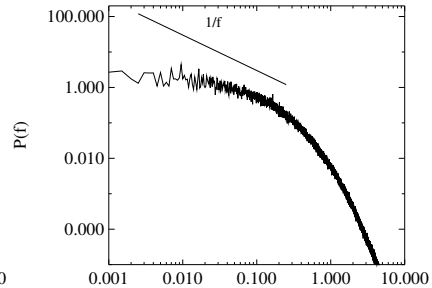
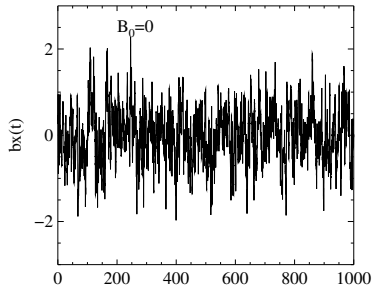
Series temporales



Espectro de frecuencias

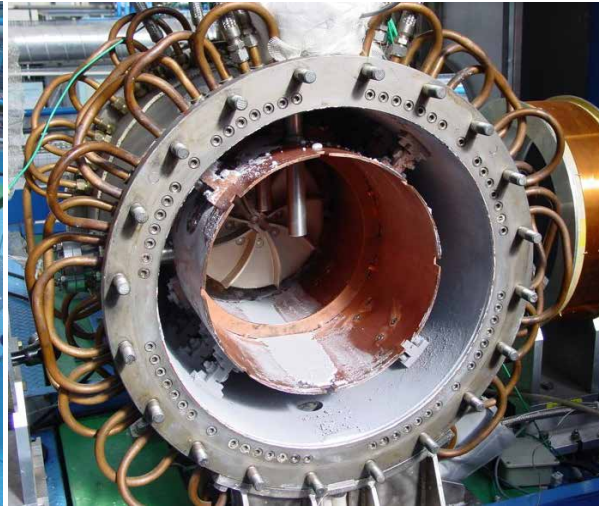


Fluctuaciones de baja frecuencia, ruido $1/f$

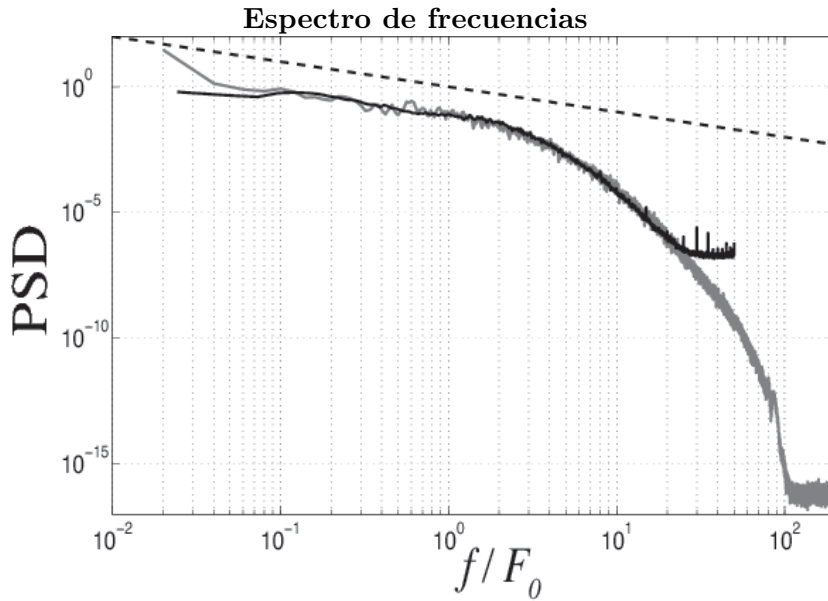


se observan también en datos del campo magnético en el viento solar,

y en el laboratorio !



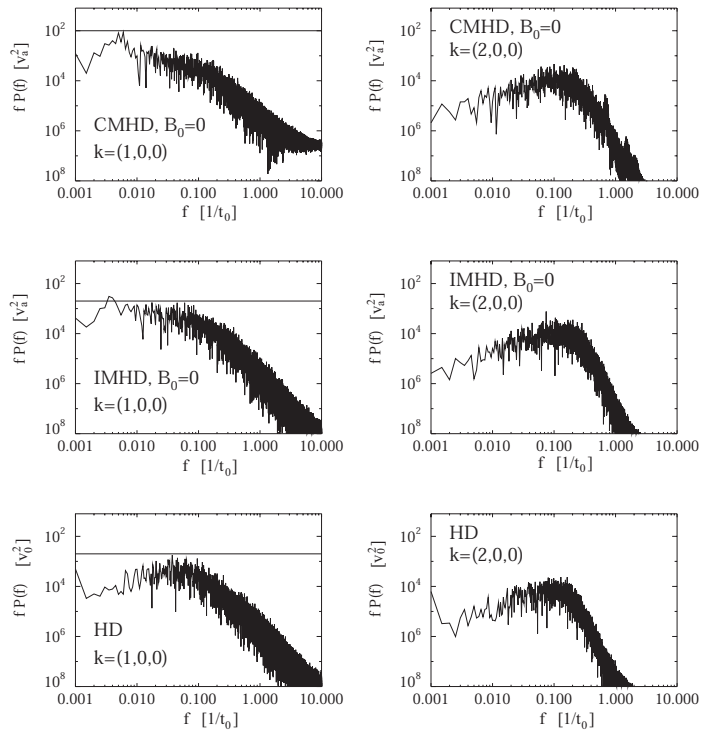
Experimento VKS (Von Karman Sodium): tanque, propulsores, sodio líquido, bobinas.
Para estudiar dínamo magnético.



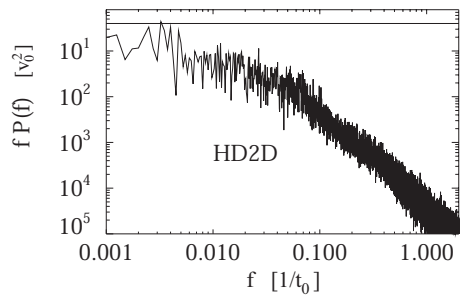
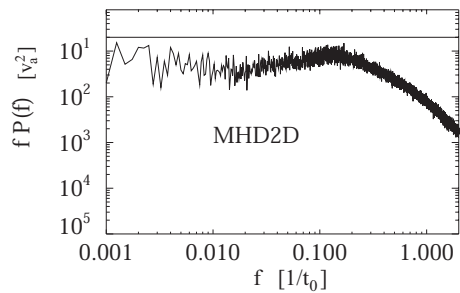
Experimentos y simulaciones numéricas coinciden en el espectro $1/f$.

(Mininni, P.; Dmitruk, P.; Odier, P.; Pinton, J.-F.; Plihon, N.; Verhille, G.; Volk, R.; Bourgoïn, M., Phys. Rev. E 2014)

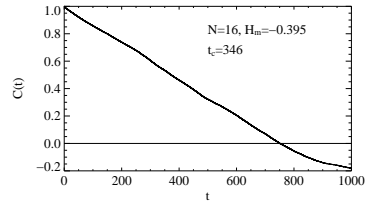
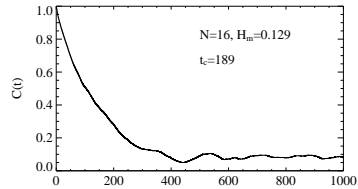
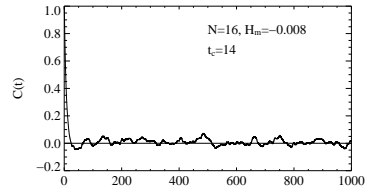
Espectro de frecuencias compensado $fP(f)$, para distintos sistemas



Mas sistemas con fluctuaciones de baja frecuencia: MHD2D, HD2D



Función de auto-correlación temporal $\langle b(t_0)b(t_0 + t) \rangle$



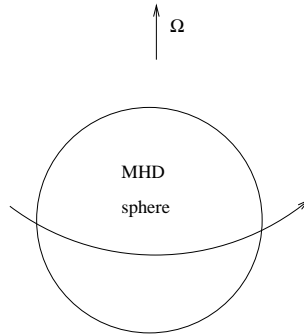
No hay un único tiempo de correlación $\rightarrow 1/f$!!

Ahora consideremos MHD y HD en una esfera, con o sin rotación Ω ,

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \omega \times \mathbf{u} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla \mathcal{P} + \mathbf{j} \times \mathbf{B}$$

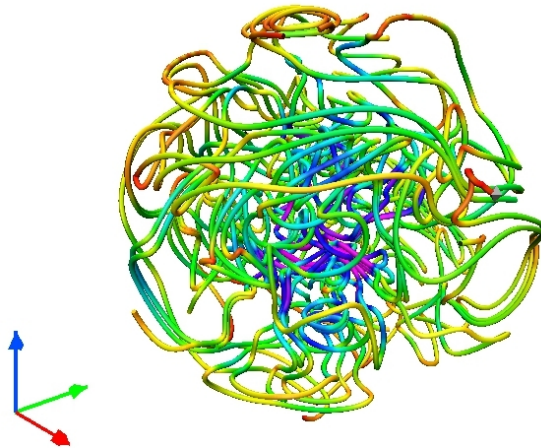
$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B})$$

con componentes normales nulas $\mathbf{B} \cdot \hat{n} = 0 = \mathbf{u} \cdot \hat{n}$ en el radio $R = 1$ de la esfera.



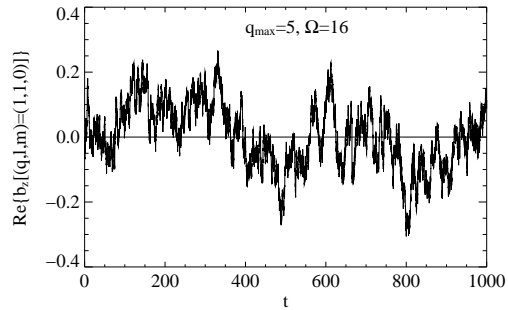
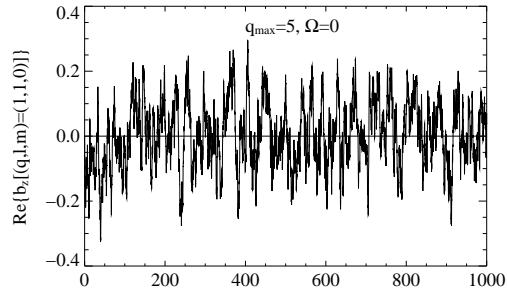
Utilizamos un código espectral de tipo Galerkin, con autofunciones de Chandrasekar-Kendall en la esfera (Dmitruk, Mininni, Pouquet, Servidio, Matthaeus, Phys. Rev. E 2011)

Resolvemos las ecuaciones MHD ideal (sin disipación) en la esfera rotante,

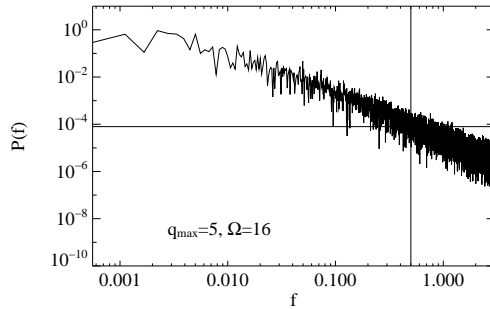
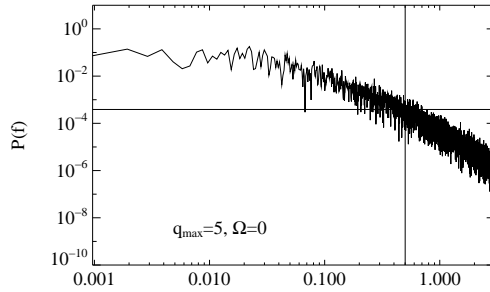


líneas del campo de velocidad

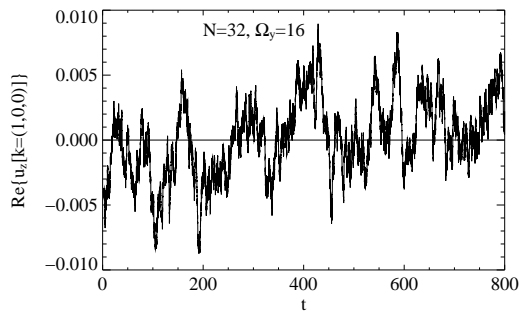
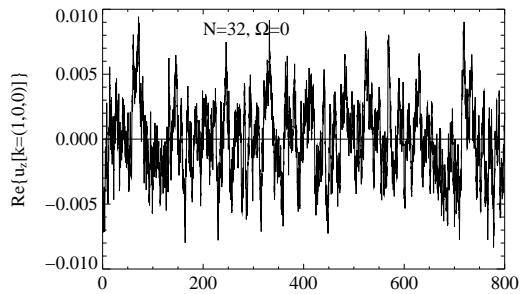
MHD ideal en la esfera, con rotación



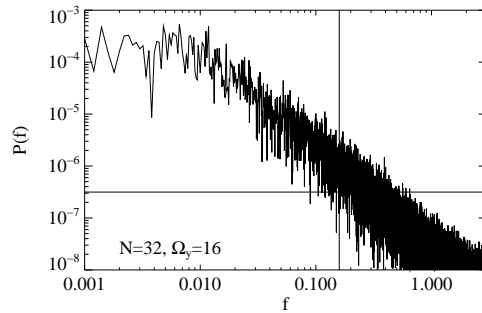
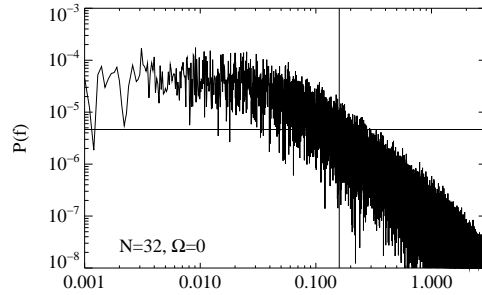
Espectro de frecuencias



HD ideal en la esfera, con rotación

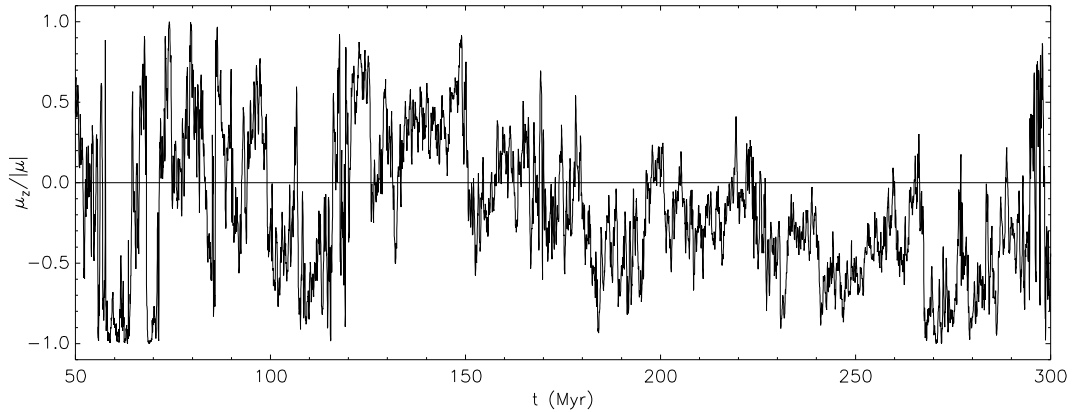


Espectro de frecuencias



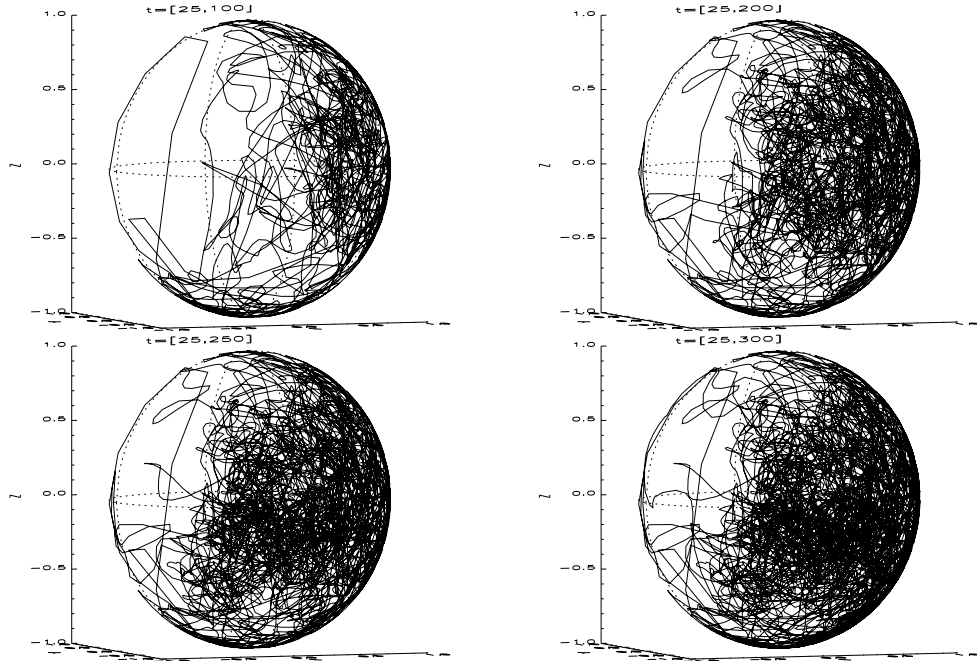
Consideramos el momento dipolar magnético,

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{1}{2} \int \mathbf{r} \times \mathbf{j} dV$$

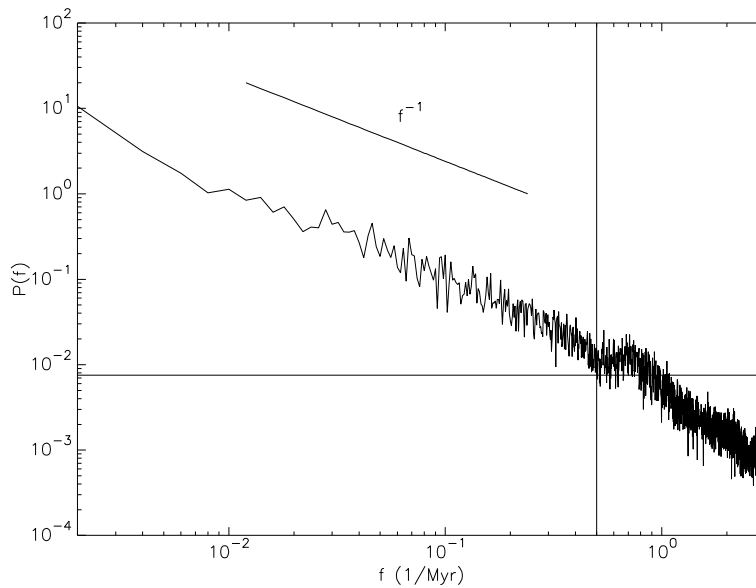


Y encontramos **reversiones** !! Son fluctuaciones lentas...

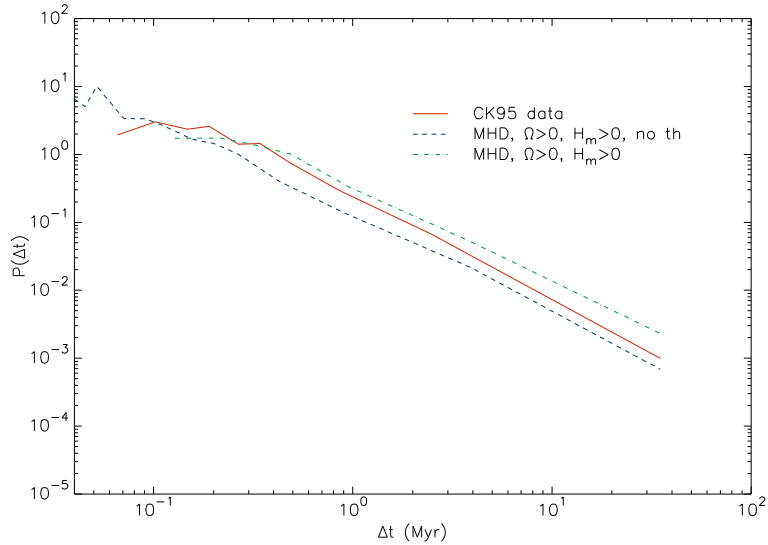
Proyección del dipolo en la esfera



Espectro de frecuencias del momento dipolar da $1/f$



Tiempo de espera entre reversiones es compatible con datos de observaciones geológicas (Cande-Kent 95).



Con las unidades que utilizamos, $t_0 = L_0/u_0 = 1$, y el tiempo no-lineal (eddy turnover time es

$$\tau_k = l_k/u_k = (ku_k)^{-1}$$

Para $k = 1$, tenemos $\tau_k = t_0 = 1$. Y siguiendo la ley de escala de Kolmogorov $u_k \sim k^{-1/3}$

$$\tau_k \sim t_0 k^{-2/3}$$

por lo tanto los tiempos no lineales a diferentes escalas son usualmente mas chicos que $t_0 = 1$.

De donde vienen estas fluctuaciones largas (baja frecuencia) que vemos en varios sistemas ?

Interacciones no-locales entre modos de escala espacial grande y un baño térmico de escalas espaciales chicas producen escalas temporales lentas (de baja frecuencia).

$$\frac{\partial b(k)}{\partial t} = -ik \sum_{k=p+q} u(q)b(p)$$

donde $b(k), u(q), b(p)$ son modos Fourier genericos, con la condición de que $k = p + q$. En particular, consideremos el modo $k = 1$. Si la interacción es local (entre escalas) entonces $k \sim p \sim q$ y la escala temporal es $[ku(k=1)]^{-1} \sim 1$, pero si la interacción es no-local, entonces $p, q \gg k = 1, p \sim q$ y la escala temporal es $[ku(q)b(q)/b(k=1)]^{-1}$ que es mucho mas lenta que la escala temporal local ya que $u(q), b(q) \ll v(k=1), b(k=1)$.

Conclusiones

- Observamos fluctuaciones temporales lentas, de baja frecuencia, en varios sistemas turbulentos. La clave es la no-localidad de las interacciones entre escalas y eso ocurre cuando hay alguna ruptura de simetría: anisotropía, helicidad, rotación.
- Un ejemplo son las reversiones geomagnéticas. La estadística de los tiempos de espera entre reversiones resulta consistente con los datos observacionales.
- No hubo fin del mundo...